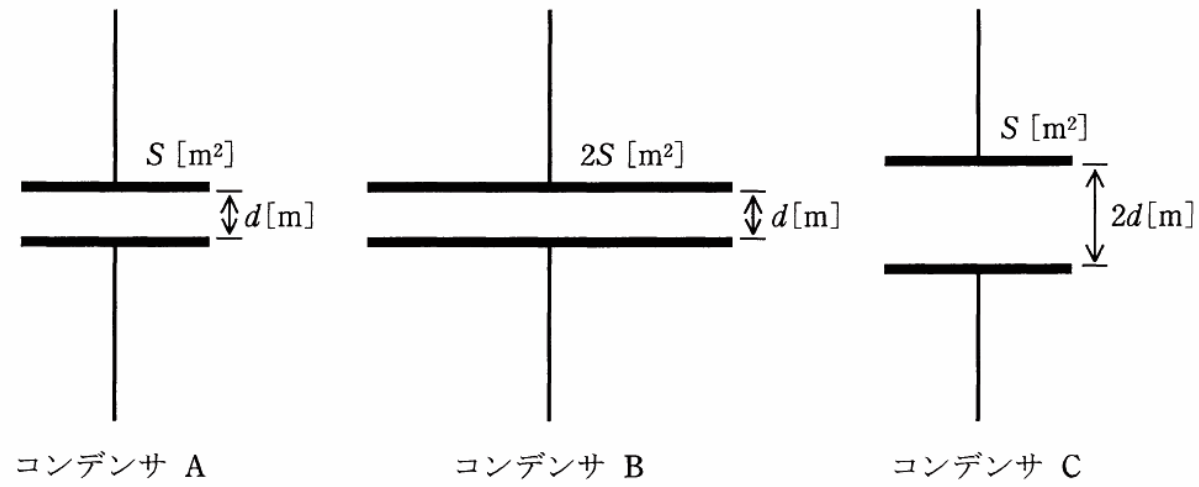
極板の面積 S[m²]，極板間の距離 d[m] の平行板コンデンサ A
極板の面積 2S[m²]，極板間の距離 d[m] の平行板コンデンサ B
極板の面積 S[m²]，極板間の距離 2d[m] の平行板コンデンサ C がある。
各コンデンサは，極板間の電界の強さが同じ値となるようにそれぞれ直流電源で充電されている。

各コンデンサをそれぞれの直流電源から切り離した後，全コンデンサを同じ極性で並列に接続し，十分時間が経ったとき，各コンデンサに蓄えられる静電エネルギーの総和の値［J］は、並列に接続する前の総和の値［J］の何倍になるか。
その倍率として，最も近いものを次に(1)～(5)のうちから一つ選べ。

ただし，各コンデンサの極板間の誘電率は同一であり，端効果は無視できるものとする。



(1)　0.77　　(2)　0.91　　(3)　1.00　　(4)　1.09　　(5)　1.31

解説

並列接続前のエネルギーの総和 と *並列接続後のエネルギーの総和* を比べる問題。
それぞれ求めていきます。

並列接続前のエネルギーの総和を求める

最終的に、コンデンサに蓄えられるエネルギーを求める式 $W=\frac{1}{2}CV^2$ を使ってエネルギーの総和を求めますが、
そのためには、各コンデンサの V と C を求める必要があります。

並列接続前のエネルギーの総和を求める手順は次のようになります。

① $E=\frac{V}{d}$ を使って各コンデンサの V を求める

② $C=\varepsilon\frac{S}{d}$ を使って各コンデンサの C を求める

③ ①と②で求められた値を $W=\frac{1}{2}CV^2$ に代入してエネルギーの総和を求める

では、解いていきます。

① 電極間の電界の強さを求める公式 $E=\frac{V}{d}$ を使って各コンデンサの V を求める。

問題文から、電界の強さはA,B,C各コンデンサ全て同じ値となる。

また、公式 $E=\frac{V}{d}$ には S(面積)は関係ないので、ここでは各コンデンサの面積は考慮しない。

コンデンサA,B,Cそれぞれにおいて $E=\frac{V}{d}$ の式を組み立てていきます。

A： $E=\frac{V}{d}$ に d = d を代入する → $E=\frac{V}{d}$ → V = Ed

B： $E=\frac{V}{d}$ に d = d を代入する → $E=\frac{V}{d}$ → V = Ed

C： $E=\frac{V}{d}$ に d = 2d を代入する → $E=\frac{V}{2d}$ → V = 2Ed

以上のことから、A,B,Cの電圧の比は $\boxed{A：B：C=1：1：2}$ とわかる。

② コンデンサの静電容量を求める公式 $C=\varepsilon\frac{S}{d}$ を使って各コンデンサのCを求める

A： $C=\varepsilon\frac{S}{d}$ に S = S , d = d を代入する → $C=\varepsilon\frac{S}{d}$

B： $C=\varepsilon\frac{S}{d}$ に S = 2S , d = d を代入する → $C=\varepsilon\frac{2S}{d}$

C： $C=\varepsilon\frac{S}{d}$ に S = S , d = 2d を代入する → $C=\varepsilon\frac{S}{2d}$

以上のことから、A,B,Cの静電容量の比は $\boxed{A：B：C=1：2：\frac{1}{2}}$ とわかる。

③ ①と②で求められた値を $W=\frac{1}{2}CV^2$ に代入してエネルギーの総和を求める

$W=\frac{1}{2}CV^2$ に、以下の電圧比と静電容量比を代入する。

A,B,C の静電容量比 $\boxed{A:B:C=1:2:\frac{1}{2}}$ ← ②で求められた値

(A の静電容量は $C=1$, B の静電容量は $C=2$, C の静電容量は $C=\frac{1}{2}$ として計算する)

A,B,C の電圧比 $\boxed{A:B:C=1:1:2}$ ← ①で求められた値

(A の電圧は $V=1$, B の電圧は $V=1$, C の電圧は $V=2$ として計算する)

各コンデンサに蓄えられるエネルギーを求める

A： $W=\frac{1}{2}CV^2$ に $C=1$, $V=1$ を代入する → $W=\frac{1}{2}\times1\times1^2=\frac{1}{2}$

B： $W=\frac{1}{2}CV^2$ に $C=2$, $V=1$ を代入する → $W=\frac{1}{2}\times2\times1^2=1$

C： $W=\frac{1}{2}CV^2$ に $C=\frac{1}{2}$, $V=2$ を代入する → $W=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times2^2=1$

エネルギーの和を求める

$$\frac{1}{2}+1+1=\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\frac{2}{2}=\frac{5}{2}$$

並列に接続する前のエネルギーの総和(の比)は、$\frac{5}{2}$ と求められた。

並列接続後のエネルギーの総和を求める

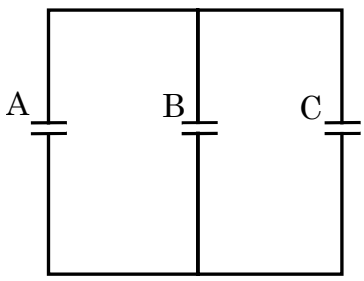
① $Q=CV$ を使って回路全体に蓄えられる電荷量 Q を求める

(各コンデンサの電荷量 Q を求めて足す)

② A,B,C 並列時の合成静電容量 C を求める

③ ①,②の値を $Q=CV$ に代入して回路全体の電圧 V を求める

④ $W=\frac{1}{2}CV^2$ に②,③の値を代入してエネルギーの総和を求める



では、解いていきます。

① コンデンサに蓄えられる電荷量 Q を求める

コンデンサに蓄えられる電荷量を求める公式 $Q = CV$ を使う

A,B,C の静電容量比 $\boxed{A : B : C = 1 : 2 : \frac{1}{2}}$

A,B,C の電圧比 $\boxed{A : B : C = 1 : 1 : 2}$

各コンデンサの「静電容量の比」と「電圧比」は上記のようにわかっているので、この値を $Q = CV$ に代入する

A：$Q = CV$ に $C = 1$, $V = 1$ を代入する → $Q_A = 1 \times 1 = 1$

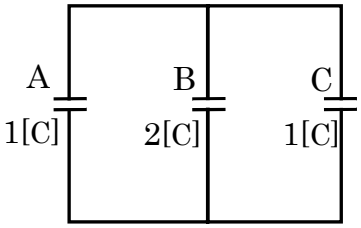
B：$Q = CV$ に $C = 2$, $V = 1$ を代入する → $Q_B = 2 \times 1 = 2$

C：$Q = CV$ に $C = \frac{1}{2}$, $V = 2$ を代入する → $Q_C = \frac{1}{2} \times 2 = 1$

コンデンサに蓄えられる電荷量 Q を全て足せば、回路全体の電荷量が求められる。

$Q_A + Q_B + Q_C = 1 + 2 + 1 = 4$

$\underline{Q = 4}$



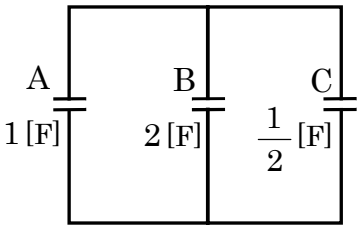
② A,B,C 並列時の合成静電容量 C を求める

A,B,C の静電容量比は $\boxed{A : B : C = 1 : 2 : \frac{1}{2}}$

並列時の合成静電容量は、和で求められる。

$C_A + C_B + C_C = 1 + 2 + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{4}{2} + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

$\underline{C = \frac{7}{2}}$



③ ①,②の値を $Q = CV$ に代入して回路全体の電圧を求める

$Q = CV$ を「V= 」にした $V = \frac{Q}{C}$ に $\boxed{Q = 4}$ と $\boxed{C = \frac{7}{2}}$ を代入して電圧を求める

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{4}{\frac{7}{2}} = \frac{8}{7} \rightarrow V = \frac{8}{7}$$

④ $W=\frac{1}{2}CV^2$ に $C=\frac{7}{2}$ と $V=\frac{8}{7}$ を代入してエネルギーの総和(の比)を求める

$$W=\frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\times\frac{7}{2}\times\left(\frac{8}{7}\right)^2 = \underline{\frac{16}{7}}$$

並列に接続する前のエネルギーの総和	$\frac{5}{2}$
並列に接続した後のエネルギーの総和	$\frac{16}{7}$

並列接続後は、並列接続前の何倍になるか？ は、以下の式で求められます。

並列接続後のエネルギー ÷ 並列接続前のエネルギー

$$\frac{16}{7} \div \frac{5}{2} \fallingdotseq 0.914$$

答 (2)

ここで求めた「エネルギーの総和の $\frac{5}{2}$ と $\frac{16}{7}$」はエネルギーの総和の比になりますが、並列接続後と接続前を比較する問題なので、厳密に「エネルギーの総和」を求める必要はありません。

公式

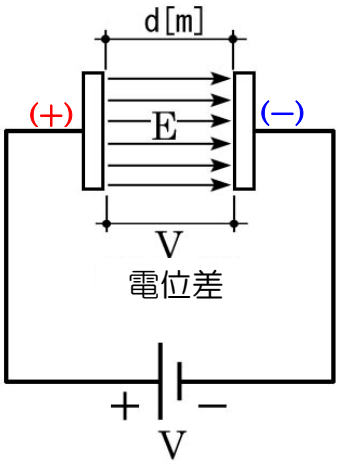
d [m] 離れた平行板電極に電圧 V をかけた時の、電極間の電界の強さ E を求める公式

$$E=\frac{V}{d}$$

E [V/m] ： 電界の強さ

V ： 電極間の電位差（電圧）

d [m] ： 電極間の距離

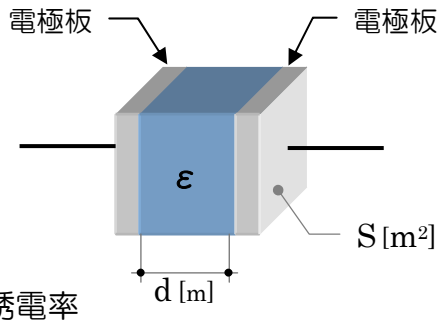


コンデンサの静電容量を求める公式は、次のようになります。

公式

コンデンサの静電容量 C を求める公式

$$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$



C [F] ： コンデンサの静電容量

ε [F/m] ： 電極にはさまれた絶縁体(誘電体)の誘電率

S ［㎡］ ： 電極の面積

d ［m］ ： 電極間の距離

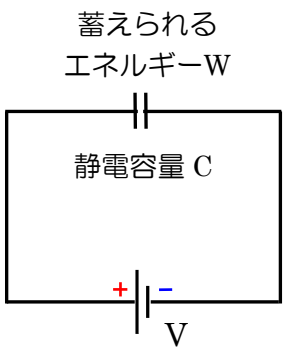
コンデンサに蓄えられるエネルギー量は、次の公式で求めることができます。

公式

静電容量 C のコンデンサに電圧 V をかけた時、

コンデンサに蓄えられるエネルギーW を求める公式

$$W = \frac{1}{2} CV^2$$



W [J]：コンデンサに蓄えられるエネルギー

C [F]：コンデンサの静電容量

V：コンデンサにかかる電圧

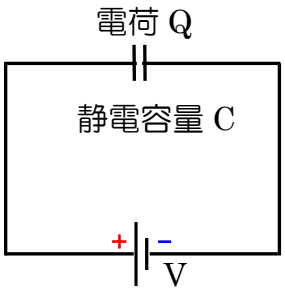
コンデンサに蓄えられる電荷は、次の公式で求めることができます。

公式

静電容量 C のコンデンサに電圧をかけたとき、

コンデンサに蓄えられる電荷量(Q)を求める公式

$$Q = CV$$



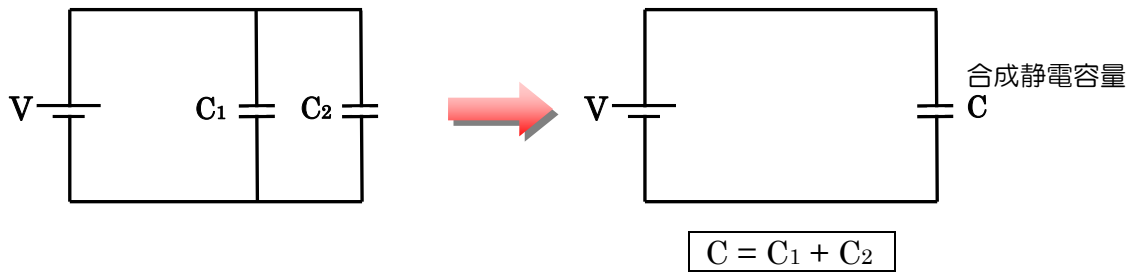
Q [C] ： コンデンサに蓄えられる電荷

C [F] ： コンデンサの静電容量

V ： コンデンサに加える電圧

静電容量 C

静電容量 C_1 [F] と 静電容量 C_2 [F] のコンデンサを並列に接続したときの合成静電容量 C を求める式は $\boxed{C = C_1 + C_2}$ になります。



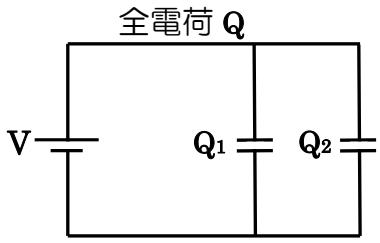
$$\boxed{C = C_1 + C_2}$$

電荷 Q

コンデンサ 1 に蓄えられる電荷量 Q_1 を求める式は $\boxed{Q_1 = C_1V_1}$

コンデンサ 2 に蓄えられる電荷量 Q_2 を求める式は $\boxed{Q_2 = C_2V_2}$

回路全体に蓄えられる全電荷 Q を求める式は $\boxed{Q = Q_1 + Q_2}$ になります。



$$\boxed{Q = Q_1 + Q_2}$$