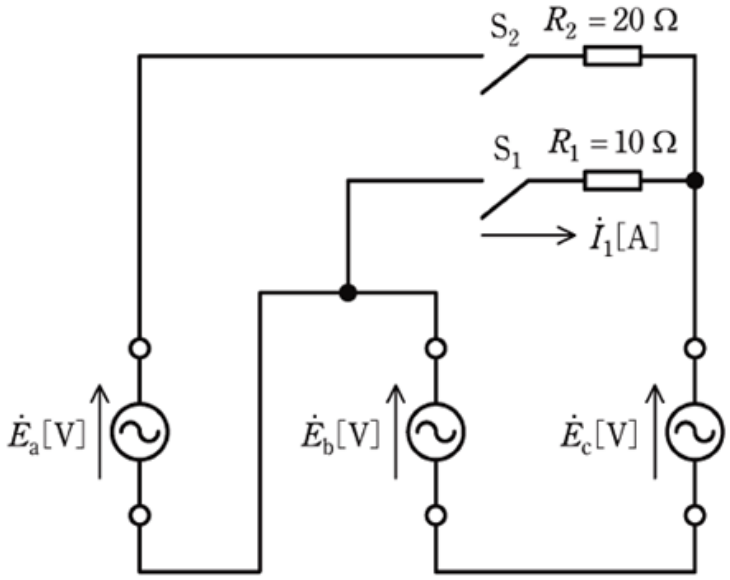
図のように，$\dot{E}_a$ [V]，$\dot{E}_b$ [V]，$\dot{E}_c$ [V] をもつ三つの定電圧源に，スイッチ S_1，S_2，$R_1 = 10\ \Omega$ 及び $R_2 = 20\ \Omega$ の抵抗を接続した交流回路がある。
次の(a)及び(b)の問に答えよ。

ただし，$\dot{E}_a$ [V]，$\dot{E}_b$ [V]，$\dot{E}_c$ [V] の正の向きはそれぞれ図の矢印のようにとり，これらの実効値は 100 V，位相は $\dot{E}_a$ [V]，$\dot{E}_b$ [V]，$\dot{E}_c$ [V] の順に $\frac{2}{3}\pi$ [rad] ずつ遅れているものとする。



(a)　スイッチ S_2 を開いた状態でスイッチ S_1 を閉じたとき，R_1 [Ω] の抵抗に流れる電流 $\dot{I}_1$ の実効値 [A] として，最も近いものを次の(1)～(5)のうちから一つ選べ。

(1)　0　　(2)　5.77　　(3)　10　　(4)　17.3　　(5)　20.0

(b)　スイッチ S_1 を開いた状態でスイッチ S_2 を閉じたとき，R_2 [Ω] の抵抗で消費される電力の値 [W] として，最も近いものを次の(1)～(5)のうちから一つ選べ。

(1)　0　　(2)　500　　(3)　1500　　(4)　2000　　(5)　4500

解説

(a)

問題を解く手順は次のようになる。

1, R_1 にかかる電圧 V を求める

① E_b と E_c の電圧を求める

② E_b と E_c の電圧値から、R_1 にかかる電圧 V を求める

2, $I = \dfrac{V}{R}$ に<u>R_1 にかかる電圧V</u> と <u>R_1 の抵抗値</u> を代入して電流 I を求める

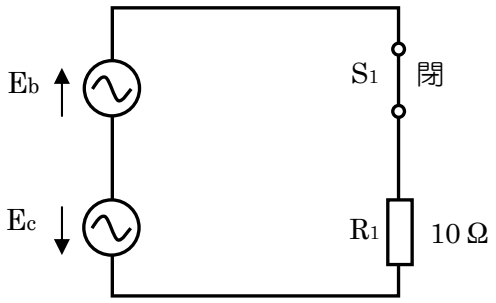
では、実際に解いていく。

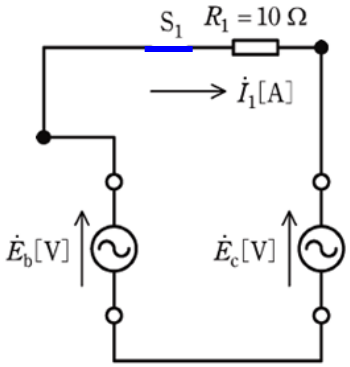
1, R_1 にかかる電圧 V を求める

<u>① E_bとE_cの電圧を求める</u>

S_1 だけを閉じた状態の回路図は次のようになる。

(S_2 は開いているので、そちら側の回路には電流は流れない)

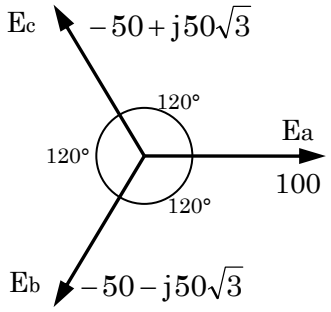




問題の図から、E_b と E_c の電圧は逆向きになっていることがわかるので、

R_1 にかかる電圧は $E_b - E_c$ で求められる。

E_a、E_b、E_c は 120°ずつずれていて、E_a を基準にベクトルを書くと次のようになる。



ベクトル図から、以下の値がわかる。

$\dot{E}_a = 100$

$\dot{E}_b = -50 - j50\sqrt{3}$

$\dot{E}_c = -50 + j50\sqrt{3}$

② E_bとE_cの電圧値から、R_1 にかかる電圧 V を求める

R_1 にかかる電圧 V は $\dot{E}_b - \dot{E}_c$ で求められる

$$\dot{V} = \dot{E}_b - \dot{E}_c$$

$$\dot{V} = -50 - j50\sqrt{3} \quad - \quad (-50 + j50\sqrt{3})$$

$$\dot{V} = -j100\sqrt{3}$$

2, R_1 に流れる電流 I_1 を求める

$\dot{I}_1 = \dfrac{V}{R_1}$ に、$\dot{V} = -j100\sqrt{3}$、$R_1 = 10$ を代入して I_1 を求める

$$\dot{I}_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{-j100\sqrt{3}}{10} = -j10\sqrt{3}$$

$\dot{I}_1 = -j10\sqrt{3}$ は虚数(ベクトル表示)なので、実数にする

$$I_1 = \left| -j10\sqrt{3} \right| = 10\sqrt{3}$$

$$I_1 \fallingdotseq 17.32$$

答　(a)－(4)

(b)

問題を解く手順は次のようになる。

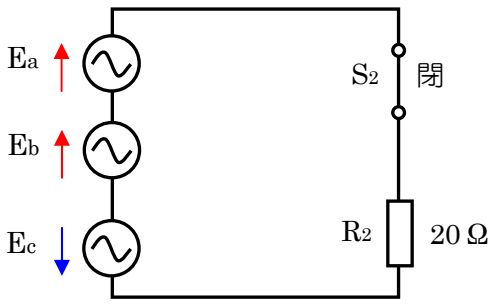
1, E_a , E_b , E_c の電圧値から、R_2 にかかる電圧 V を求める

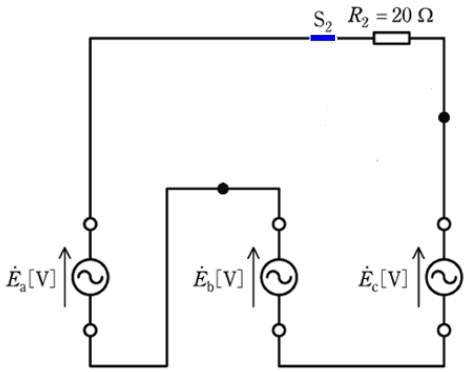
2, $I = \dfrac{V}{R}$ を使って電流 I を求める

3, 電力の公式 $P = I^2R$ を使って R_2 の消費電力を求める

1, E_a , E_b , E_cの電圧値から、R_2 にかかる電圧Vを求める

S_2 を閉じた状態の回路図は次のようになる。(S_1 側は開いているので電流は流れない)





この回路では、E_a と E_b は同じ向き、E_c は逆向き、ということがわかるので、
R_2 にかかる電圧 V は、次の式で求められる

$$\dot{E} = +\dot{E}_a + \dot{E}_b - \dot{E}_c$$

この式に以下の値を代入して R_2 にかかる電圧 V を求める

$$\begin{cases} \dot{E}_a = 100 \\ \dot{E}_b = -50 - j50\sqrt{3} \\ \dot{E}_c = -50 + j50\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\dot{V} = +\dot{E}_a + \dot{E}_b - \dot{E}_c$$

$$\dot{V} = 100 + (-50 - j50\sqrt{3}) - (-50 + j50\sqrt{3})$$

$$\dot{V} = 100 - j100\sqrt{3}$$

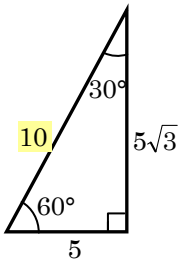
2, R_2 に流れる電流を求める

$\dot{I}_2 = \dfrac{V}{R_2}$ に、$R_2 = 20$, $\dot{V} = 100 - j100\sqrt{3}$ を代入する

$$\dot{I}_2 = \frac{100 - j100\sqrt{3}}{20} = 5 - j5\sqrt{3}$$

$I_2 = |\dot{I}_2| = |5 - j5\sqrt{3}| = 10$　　$I_2 = 10$ と求められた。

($\dot{I}_2 = 5 - j5\sqrt{3}$ のベクトルの大きさを求めると 10 になる) ※



※ $|5 - j5\sqrt{3}| = |5 + (-j5\sqrt{3})| = \sqrt{5^2 + (-5\sqrt{3})^2} = \sqrt{25 + 25 \times 3} = \sqrt{100} = 10$

3, 電力の公式を使ってR_2の消費電力を求める

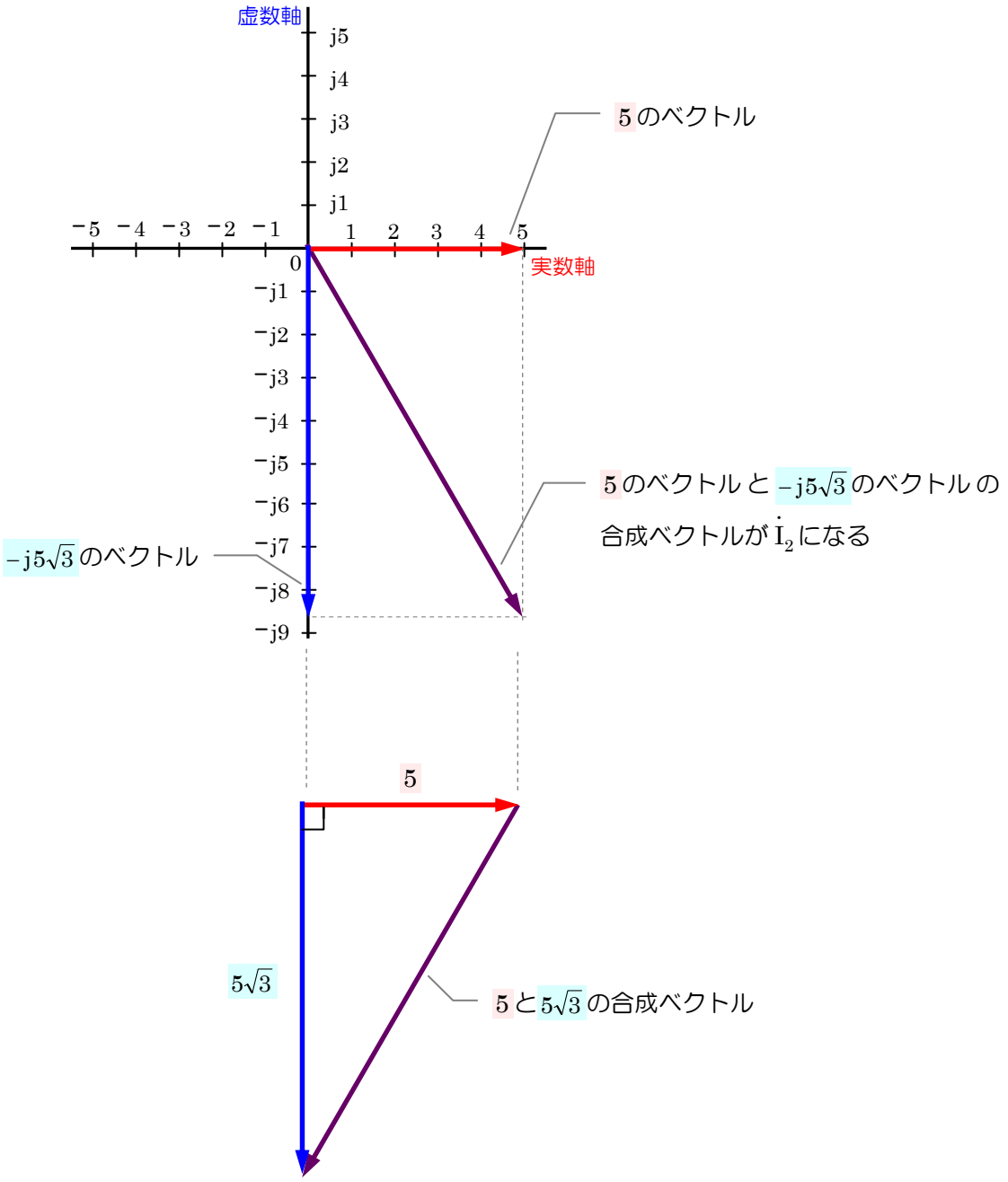
電力の公式 $P = I^2R$ に、$I_2 = 10$, $R = 20$ を代入する

$$P = I^2R = 10^2 \times 20 = 2000\ [W]$$

答　(b) - (4)

※「$\dot{I}_2 = \underline{5 - j5\sqrt{3}}$ の大きさを求める」についてベクトルで見てみましょう

$\dot{I}_2 = 5 - j5\sqrt{3}$ をベクトルで表すと、次のようになります。



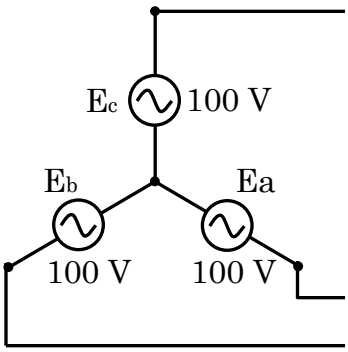
この直角三角形の斜辺（合成ベクトル）は、三平方の定理により $\sqrt{5^2 + (5\sqrt{3})^2}$ で求められます。

$$\sqrt{5^2 + (5\sqrt{3})^2} = \sqrt{25 + 25 \times 3} = \sqrt{100} = 10$$

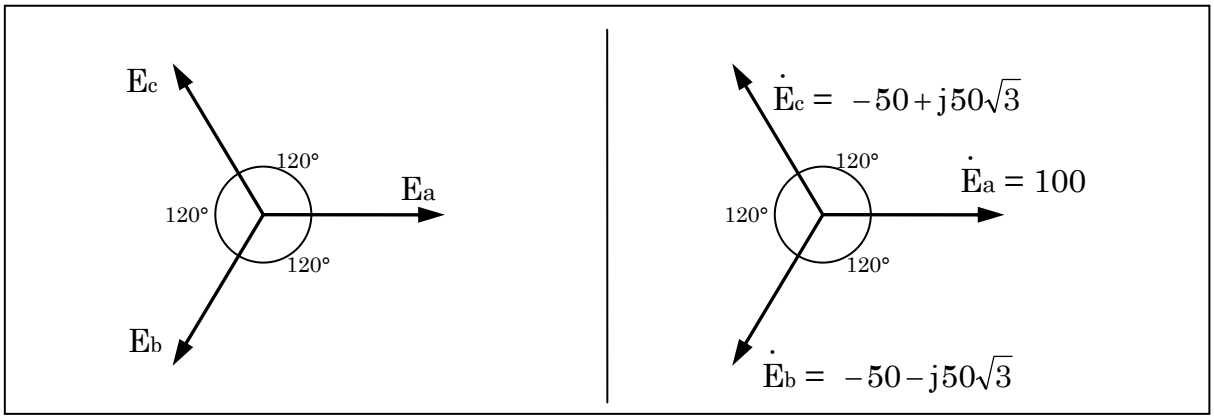
（5 と $5\sqrt{3}$ から $\boxed{1 : 2 : \sqrt{3}}$ の直角三角形ということがわかるので、計算をしなくても斜辺の長さは 10 とわかる）

補足

平衡三相回路の各電圧を「複素数」で表す方法について見てみましょう。



上の回路図は、各相 100V で、120°ずつずれた平衡回路になっています。
この三相の各電圧を、E_a を基準にしてベクトルにすると、下左図のようになります。
そして、各相の電圧を複素数で表すと下右図のようになります。



$\dot{E}_a = 100$

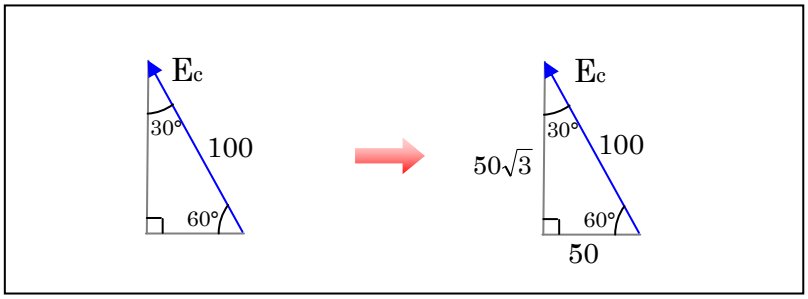
$\dot{E}_b = -50 - j50\sqrt{3}$

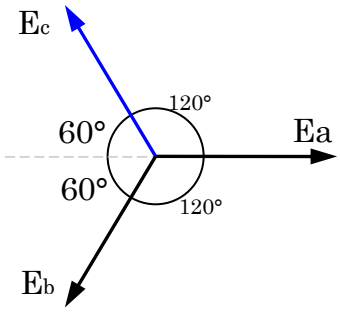
$\dot{E}_c = -50 + j50\sqrt{3}$

E_a が基準になるので、$\dot{E}_a = 100$ になることは理解できると思います。

では、$\dot{E}_c = -50 + j50\sqrt{3}$ になる理由について見てみましょう。

$\dot{E}_c$ のベクトルを斜辺とした直角三角形を書きます。

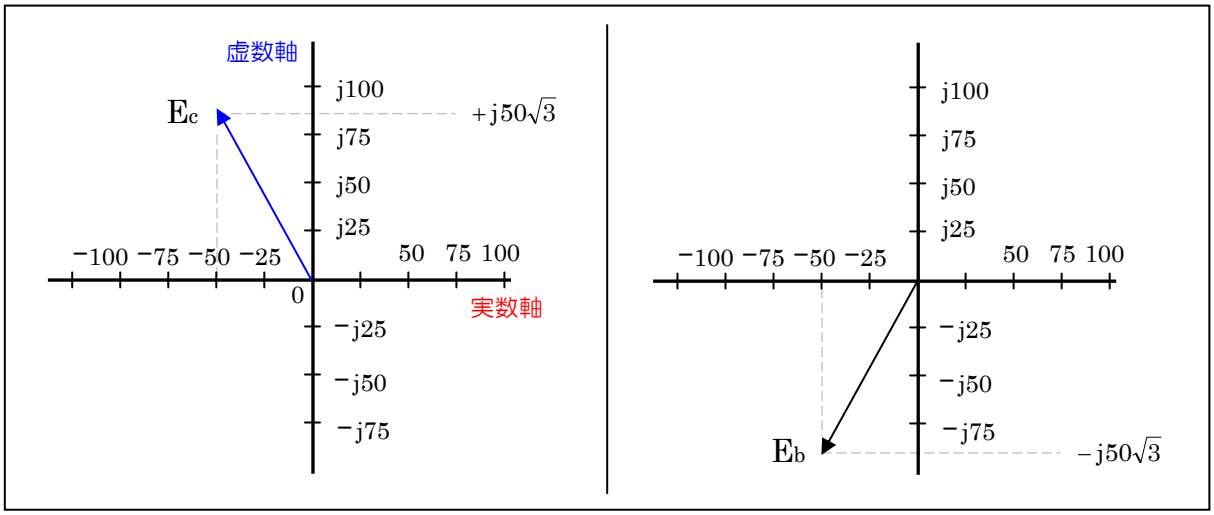




$\dot{E}_c$ の大きさは 100 、直角以外の角度は 30°と 60°なので、
斜辺以外の長さは 50 と $50\sqrt{3}$ になります。

$\dot{E}_c$ のベクトルを複素数平面上に書くと、左下図のようになります。(＊1)

ベクトル $\dot{E}_c$ の終点は -50 と $+j50\sqrt{3}$ なので、$\dot{E}_c = -50 + j50\sqrt{3}$ になる。



同様に $\dot{E}_b$ のベクトルを複素数平面上に書くと、右上図のようになります。

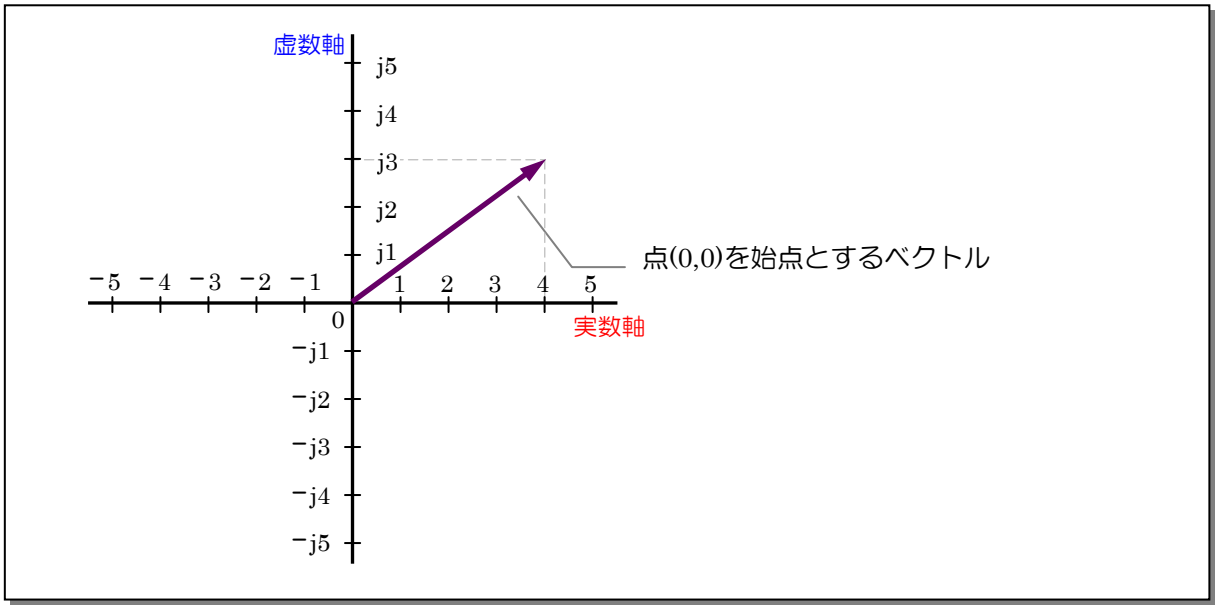
ベクトル $\dot{E}_b$ の終点は -50 と $-j50\sqrt{3}$ なので、$\dot{E}_b = -50 - j50\sqrt{3}$ になる。

注釈

(＊1)

ベクトルを複素数で表す方法　点(0,0)を始点とするベクトルの場合

複素数平面上にあるベクトルを見てみましょう。



図のベクトルの終点は、実数軸が 4、虚数軸が j3 になります。

したがって、このベクトルは $\boxed{(4 + j3)}$ と表すことができます。

点(0,0)を始点とするベクトルは、終点の位置の数値を使って表します。