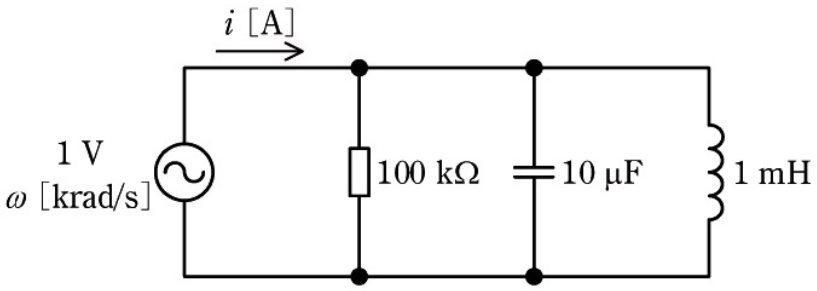
図は，実効値が 1V で角周波数 ω [krad／s] が変化する正弦波交流電源を含む回路である。いま，ω の値が $\omega_1 = 5$krad／s，$\omega_2 = 10$krad／s，$\omega_3 = 30$krad／s と 3 通りの場合を考え，$\omega = \omega_k$ (k = 1，2，3) のときの電流 i [A] の実効値を I_k と表すとき，I_1，I_2，I_3 の大小関係として，正しいものを次の (1) ～ (5) のうちから一つ選べ。



(1)　$I_1 < I_2 < I_3$　　(2)　$I_1 = I_2 < I_3$　　(3)　$I_2 < I_1 < I_3$

(4)　$I_2 < I_1 = I_3$　　(5)　$I_3 < I_2 < I_1$

解説

角周波数の値が異なるときの電流 I_1, I_2, I_3 を求め、大きさを比較せよという問題です。
(ω_1 のときの電流を I_1 ，ω_2 のときの電流を I_2 ，ω_3 のときの電流を I_3 とする)
また、交流回路の電流は $I = \frac{E}{Z}$ $I = \frac{E}{X}$ $I = \frac{E}{R}$ 等で求められる、ということを把握しておいて下さい。

では説き方について考えてみます。
角周波数ωが変化すると コンデンサ(10μF)に流れる電流 と コイル(1mH)に流れる電流 の値は変化するが、抵抗(100kΩ)に流れる電流 は変化しないので、抵抗に流れる電流は無視して解く事ができる。(＊1)
そもそも、抵抗の抵抗値は100kΩ (100000Ω) ととても大きいので、抵抗に流れる電流はとても小さい値になる。
($I = \frac{E}{R}$ に E=1 , R=100000 を代入すると、抵抗に流れる電流は 0.00001[A]とわかる)
つまりコンデンサやコイルに流れる電流に比べると、抵抗に流れる電流は遥かに小さい値なので、この点からも抵抗に流れる電流の値は考慮しなくてもいいと言える。

このことから、$\omega_1, \omega_2, \omega_3$ のときのコンデンサとコイルに流れる電流だけを求めて、その大小を比べれば、I_1, I_2, I_3 の大小関係が求められます。

解き方の手順

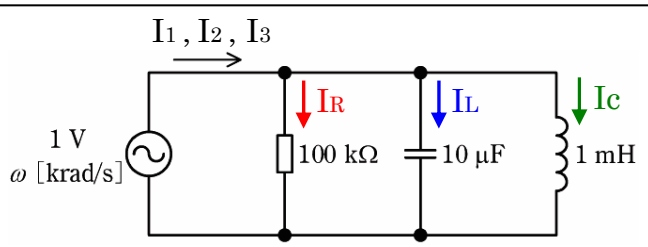
$\omega_1, \omega_2, \omega_3$ それぞれの電流を求めるには、まず $X_L = \omega L$ を $I_L = \dfrac{E}{X_L}$ に代入した式

$\boxed{I_L = \dfrac{E}{\omega L}}$ を使ってI_Lを求めるが、E = 1 [V] は固定の値なので、E = 1 を代入した式

$\boxed{I_L = \dfrac{1}{\omega L}}$ を使って<u>I_Lを求める</u>

$X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ を $I_C = \dfrac{E}{X_C}$ に代入した式 $\boxed{I_C = \dfrac{E}{\frac{1}{\omega C}}}$ を使って<u>I_C</u>を求めるが、E = 1 [V] は固定値なので、E = 1 を代入した式 $\boxed{I_C = \omega C}$ を使って<u>I_Cを求める</u>。

その後、<u>I_L</u> と <u>I_C</u>を合成すれば I_1, I_2, I_3 が求められる。



I_Rは無視してI_LとI_Cから
I_1, I_2, I_3 を求める

では、解いてみます。

<u>① ω_1 のときのI_L、I_Cを求め、I_LとI_Cを合成して 電流 I_1を求める。</u>

1. ω_1 のときの I_L を求める

$\boxed{I_L = \dfrac{1}{\omega L}}$ ← $\omega_1 = 5\times10^3$、$L = 1\times10^{-3}$ を代入して計算する（$1\text{mH} = 1\times10^{-3}\text{H}$）

$$I_L = \frac{1}{5\times10^3 \times 1\times10^{-3}}$$

$$I_L = \frac{1}{5}$$

I_L = 0.2 [A]

$\omega_1 = 5\times10^3$ rad/s
$\omega_2 = 10\times10^3$ rad/s
$\omega_3 = 30\times10^3$ rad/s

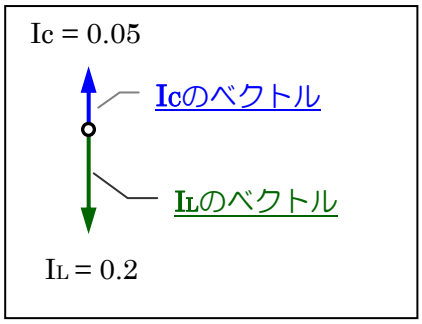
2. ω_1 のときの I_C を求める

$\boxed{I_C = \omega C}$ ← $\omega_1 = 5\times10^3$、$C = 10\times10^{-6}$ を代入して計算する（$10\,\mu\text{F} = 10\times10^{-6}$）

$I_C = 5\times10^3 \times 10\times10^{-6}$

$I_C = 5 \times 10^{-2}$

I_C = 0.05 [A]



I_LとI_Cは逆向きのベクトルなので、合成するには差を求める

3. I_LとI_Cを合成してI_1を求める

$I_1 = I_L - I_C$ = 0.2 − 0.05 = <u>0.15 [A]</u>

② ω_2 のときの I_L、Ic を求め、I_L と Icを合成して 電流 I_2 を求める。

1. ω_2 のときの I_L を求める

$\boxed{I_L = \dfrac{1}{\omega L}}$ ← $\omega_2 = 10\times10^3$、$L = 1\times10^{-3}$ を代入して計算する

$$I_L = \frac{1}{10\times10^3 \times 1\times10^{-3}} = \frac{1}{10}$$

$I_1 = 0.1$ [A]

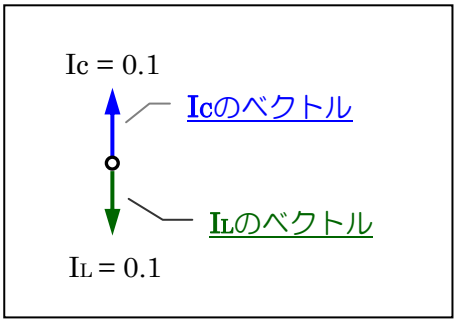
$\omega_1 = 5\times10^3$ rad/s
$\omega_2 = 10\times10^3$ rad/s
$\omega_3 = 30\times10^3$ rad/s

2. ω_2 のときの Ic を求める

$\boxed{I_C = \omega C}$ ← $\omega_2 = 10\times10^3$、$C = 10\times10^{-6}$ を代入して計算する

$$Ic = 10\times10^3 \times 10\times10^{-6} = 10^{-1}$$

$Ic = 0.1$ [A]



3. I_L と Ic を合成して I_2 を求める

$I_2 = I_L - Ic = 0.1 - 0.1 = 0$ [A]

③ ω_3 のときの電流 I_3 を求める。

1. ω_3 のときの I_L を求める

$\boxed{I_L = \dfrac{1}{\omega L}}$ ← $\omega_3 = 30\times10^3$、$L = 1\times10^{-3}$ を代入して計算する

$$I_L = \frac{1}{30\times10^3 \times 1\times10^{-3}} = \frac{1}{30}$$

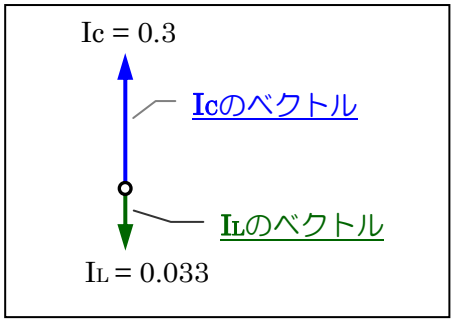
$I_L \fallingdotseq 0.033$ [A]

2. ω_3 のときの Ic を求める

$\boxed{I_C = \omega C}$ ← $\omega_3 = 30\times10^3$、$C = 10\times10^{-6}$ を代入して計算する

$$Ic = 30\times10^3 \times 10\times10^{-6} = 3\times10^{-1}$$

$Ic = 0.3$ [A]



3. I_L と Ic を合成して I_3 を求める

$I_3 = I_L - Ic = 0.033 - 0.3 = -0.267$ [A]

① ω_1 のときの電流は、$I_1 = 0.15$ [A]

② ω_2 のときの電流は、$I_2 = 0$ [A]

③ ω_3 のときの電流は、$I_3 = 0.267$ [A]

したがって、$I_2 < I_1 < I_3$ になる

答　(3)

注釈

(＊1)

コイルに流れる電流は $I_L = \dfrac{E}{X_L}$ → $\boxed{I_L = \dfrac{E}{\omega L}}$ で求められるので、

角周波数ωが変化するとコイルに流れる電流 I_L の値は変化することがわかる。

コンデンサに流れる電流は $I_C = \dfrac{E}{X_C}$ → $\boxed{I_C = \dfrac{E}{\dfrac{1}{\omega C}}}$ で求められるので、

角周波数ωが変化するとコンデンサに流れる電流 I_C の値は変化することがわかる。

$X_L = \omega L$ 、$X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ の関係にあることを覚えておきましょう。